2BAC-B.I.O.F	DS sur les suites	GS ENNOUR
2018-2019	Semestre 1	Prof: Karimine

Exercice 1

On considère la suite (U_n) définie par : $U_0 = 10 \quad U_{n+1} = \frac{17}{19}U_n + \frac{18}{19}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

❶ a) Montrer que : $n \in \mathbb{N}$; $U_n \geqslant 9$.

b) Montrer que (U_n) est décroissante , puis déduire qu'elle est convergente.

❷ Pour tout nombre entier naturel n, on pose $V_n = U_n - 9$.

a) Démontrer que (V_n) est géométrique . Puis exprimer V_n en fonction de n.

b) Vérifier que $U_n = 9 + \left(\frac{17}{19}\right)^n$ puis en déduire la limite de la suite (U_n).

Exercice 2

On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{7U_n + 2}{2U_n + 7} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

❶ a) Montrer par récurrence que : $n \in \mathbb{N}$; $U_n \geqslant 1$.

b) Montrer que (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente

❷ Pour tout nombre entier naturel n, on pose $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$.

a) Démontrer que (V_n) est géométrique puis exprimer V_n en fonction de n.

b) Vérifier que $U_n = \dfrac{3 + \left(\frac{5}{9}\right)^n}{3 - \left(\frac{5}{9}\right)^n}$ puis en déduire la limite de la suite (U_n).

Exercice 3

Soient (U_n) et (V_n) les suites définies par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{12 - 8U_n}{4 - 3U_n} \end{cases}$ et $V_n = \dfrac{U_n}{U_n - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que la suite (V_n) est une suite arithmétique puis exprimer V_n en fonction de n.

b) Exprimer U_n en fonction de n puis en déduire la limite de la suite (U_n).

Exercice 4

Soit f une fonction définie sur $I = [0; 1]$ par : $f(x) = \dfrac{4x + 3}{3x + 4}$

❶ a) Établir que, $f(I) \subset I$

b) Démontrer que $(\forall x \in I) : f(x) \geqslant x$

❷ On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Démontrer que, $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leqslant U_n \leqslant 1$. Puis etudier la monotonie de (u_n)

b) En déduire (u_n) converge et déterminer sa limite