GS Ennour	**Produit scalaire**	Prof: Karimine
2019-2020	Série 7	1Bac Biof

Exercice 1

Le plan $\mathscr{P}$ est rapporté un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 1cm$. On considère les points $A(1;-1)$; $B(4;-1)$; $C(-2;2)$

❶ Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et le déterminant det $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

❷ Déterminer une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

❸ Calculer l'aire du triangle ABC.

❹ Déterminer une équation cartésienne de la hauteur (Δ) du triangle ABC issue de A.

❺ Déterminer une équation cartésienne de la bissectrice $\mathscr{D}$ de l'angle orienté $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$.

❻ Déterminer une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$

Exercice 2

❶ Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$; $x + y \leqslant \left(1+x^2\right)\left(1+y^2\right)$

❷ Déterminer graphiquement l'ensemble (Γ) des points $M(x;y)$ du plan tels que : $\dfrac{x^2+y^2}{4} \leqslant x \leqslant y$

Exercice 3

Le plan \$ est rapporté un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$. Soit $\mathscr{C}$ le cercle d'équation cartésienne:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 9 = 0$$

❶ Déterminer le centre et le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

❷ Déterminer les points d'intersection de $\mathscr{C}$ avec les axes du repère.

❸ a Justifier que le point $A(2;1)$ est à l'extérieur du cercle $\mathscr{C}$.

b Déterminer les équations des deux tangentes à $\mathscr{C}$ passant par le point A.

❹ Déterminer les équations des deux tangentes à $\mathscr{C}$ de vecteur directeur $\vec{u}(-3;4)$.

Exercice 4

Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté un repère orthonormé $(O;i,j)$. Pour m un paramètre réel, on considère $\mathscr{C}_m$ l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan vérifiant:

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2(m+1)y + 2m - 1 = 0$$

❶ 1) Montrer que pour toute valeur réelle prise prise paramètre m, $\mathscr{C}_m$ est un cercle en précisant son centre Ω_m et son rayon R_m.

❷ Déterminer l'ensemble (D) des centres Ω_m quand m varie dans $\mathbb{R}$.

❸ Montrer que tous les cercles $\mathscr{C}_m$ passent par deux points fixes A et B.

❹ Montrer que $(D) \perp (AB)$

❺ Déterminer lescercles $\mathscr{C}_m$ tangentes à la droite (Δ) d'équation $x + 2y = 0$

Exercice 5

Les parties A, B, C et D sont indépendantes. Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 4cm$ et I le milieu du segment $[AB]$ On note G et H les barycentres respectifs des systèmes $\{(A;1);(B;3)\}$ et $\{(A;1);(B;-3)\}$

❶ On considère l'ensemble $\mathscr{C}_1 = \left\{M \in \mathscr{P} / \dfrac{MA}{MB} = 3\right\}$

- a Etablir l'équivalence : $M \in \mathscr{C}_1 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}) = 0$
- b Prouver que : $M \in \mathscr{C}_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$
- c En déduire la nature de l'ensemble $\mathscr{C}_1$

❷ On considère l'ensemble $\mathscr{C}_2 = \{M \in \mathscr{P} / \overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB} = 4\}$

- a Justifier que $G \in \mathscr{C}_2$.
- b Etablir l'équivalence : $M \in \mathscr{C}_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{GM}.\overrightarrow{AB} = 0$.
- c En déduire la nature de l'ensemble $\mathfrak{C}_2$.

❸ On considere l'ensemble $\mathscr{C}_3 = \left\{M \in \mathscr{P} / MA^2 - MB^2 = 8\right\}$.

- a Montrer que pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}$
- b En déduire que $\mathscr{C}_3 = \mathscr{C}_2$

❹ On considère l'ensemble $\mathscr{C}_4 = \left\{M \in \mathscr{P} / MA^2 + MB^2 = 10\right\}$.

- a Montrer que pour tout point M du plan : $M \in \mathscr{C}_4 \Leftrightarrow MI = 1$
- b En déduire la nature de l'ensemble $\mathscr{C}_4$.

Exercice 6

Soient $A; B; C$ trois points du plan $\mathscr{P}$ tels que : $AB = AC = 5$ cm ; $BC = 6$cm.

❶ **Construire** le triangle ABC et calculer $AB \cdot \overrightarrow{AC}$.

❷ Soit G le barycentre des points pondfrés $(A, 2)$; $(B, 3)$: $(C, 3)$. Construire G et calculer GA

❸ Soit f l'application du plan définie par $f(M) = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$

- a Calculer $f(A)$ en fonction de $f(C)$ et $MG.$; Calculer $f(G)$.
- b Déterminer et construire l'ensemble E des points M tels que : $f(M)$.

Exercice 7

Soient A et B deux points tels que $AB = 1$. On considère l'ensemble (Γ) défini par :

$$(\Gamma) = \left\{M \in (P) \mid 2MA^2 - 9MB^2 + 3MA \times MB = 0\right\}$$

❶ a $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow \dfrac{MA}{MB} = \dfrac{3}{2}$ b En déduire que (Γ) est un cercle

❷ On considère dans le plan muni d'un RON $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les points $B\left(\dfrac{1}{5}, 0\right)$, $A\left(-\dfrac{4}{5}, 0\right)$

a Montrer que $(\Gamma) : x^2 + y^2 - 2x - \dfrac{11}{25} = 0$ b En déduire la nature de (Γ)