2BAC-B.I.O.F 2019-2020	**Fonction exponontielles** SEMESTRE **2**	GS ENNOUR Prof: KARIMINE

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

❶ $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{e^{x}-2}$

❷ $f(x)=\sqrt{3-e^{x}}$

❸ $f(x)=\dfrac{\ln\left(e^{x}+4\right)}{x+1}$

❹ $f(x)=e^{\frac{1}{2-\ln(x)}}$

Exercice 2

❶ Simplifier les expressions suivantes :

a $A=\dfrac{e^{2\ln(2)+\frac{3}{2}}}{\sqrt{e}}+\left(e^{-x}\right)^{2}\sqrt{e^{4x}}$

b $B=\left(\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right)^{2}-\left(\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right)^{2}$

❷ Soit f la fonction définie par : $f(x)=x-\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$

Montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})$; $f(x)=x+1-\dfrac{2e^{x}}{e^{x}+1}=x-1+\dfrac{2}{e^{x}+1}$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

❶ $e^{2x}-2e^{x}-3=0$

❷ $e^{3x}-\dfrac{2}{e}=0$

❸ $e^{x}+e^{-x}=2$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

❶ $2-3e^{-x}\geqslant 0$

❷ $e^{2x}+e^{x}-6<0$

Exercice 5

Calculer les limites suivantes :

❶ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)^{2}e^{x}$

❷ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$

❸ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^{x}-1}{2e^{x}+4}$

❹ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^{x}-1}{x}$

Exercice 6

❶ Soit f la fonction définie par : $f(x)=2x-3+\dfrac{e^{x}}{e^{x}+1}$

a Montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})$; $f'(x)=2+\dfrac{e^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$

b Dresser le tableau de variation de f

❷ Déterminer une primitive sur I de chacune des fonctions suivantes

a $\begin{cases} I=]0;+\infty[\\ f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \end{cases}$

b $\begin{cases} I=]0;+\infty[\\ f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}e^{-\ln^{2}(x)} \end{cases}$

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^x - 3}{e^x + 1}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

❶ Déterminer les limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$ et $+\infty$. Interpréter.

❷ Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$; $f'(x) = \dfrac{4e^x}{(e^x+1)^2}$. Puis dresser le tableau de variation de f

❸ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion . Puis construire $(\mathcal{C}_f)$

❹ Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur une intervalle J que l'on déterminera

❺ Montrer que pour tout élément x de J on a $f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{x+3}{1-x}\right)$

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

❶ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter.

❷ Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 e^x = 0$

❸ Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$; $f'(x) = (x^2 - 2x)e^x$. Puis dresser le tableau de variation de f

❹ Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Puis étudier la branche infinie en $-\infty$

❺ Dresser le tableau de variation de f

❻ Montrer que (C_f) admet deux points d'inflexions . Puis construire $(\mathcal{C}_f)$

Exercice 9

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$

❶ a) Déterminer les limite de $g(x)$ quand x tend vers $-\infty$ et $+\infty$

b) Dresser le tableau de variation de g

c) En déduire que $(\forall x \in \mathbb{R})$; $g(x) \geqslant 0$

❷ On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x}{e^x - x}$

a) Vérifier que $D_f = \mathbb{R}$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter.

c) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$; $f'(x) = \dfrac{(1-x)e^x}{(e^x-x)^2}$. Puis dresser le tableau de variation de f

d) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe $(\mathscr{C})$ au point $O(0;0)$.

e) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$ $f(x) - x = \dfrac{-xg(x)}{e^x - x}$ .Puis étudier la position relative de (Δ) : $y = x$ et la courbe (C_f)

f) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et la droite (Δ) dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$