1Bac-SM 2019-2020	DM-10 Limites	GS ENNOUR Prof: KARIMINE

Exercice 1

Calculer les limiles suivantes

❶ $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}$

❷ $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{2x^2+1}{x^2+3x}$

❸ $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{3x^2+7x+2}{x^2+x-2}$

❹ $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{xE(2x)-1}{x^2-4}$

❺ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2\tan^2 x + x\sin 2x}{1-\cos 3x}$

❻ $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2+\sqrt{x}-2}{3x^2-\sqrt{x}-2}$

❼ $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2+5x-6\sqrt{x+2}+10}{(x+1)^2}$

❽ $\lim\limits_{x\to6} \dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+3}}-3}{\sqrt{x-\sqrt{x-2}}-2}$

Exercice 2

❶ Montrer par récurence que $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos^n(ax)}{x^2} = \dfrac{na^2}{2}$ avec a un réel de $]0,+\infty[$.

❷ En déduire la limite $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos^5(x\sqrt{13})}{1-\cos\left(\frac{x}{\sqrt{31}}\right)}$

Exercice 3

❶ Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$; $\dfrac{1-\cos x\cos 2x}{x^2} = \dfrac{1-\cos x}{x^2} + \cos x\dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$

❷ En déduire que $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos x\cos 2x\cos 3x}{x^2} = 7$

Exercice 4

❶ Montrer que $(\forall p \in \mathbb{N}^*)\ \lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^p-1}{x-1} = p$

❷ En déduire que $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x+x^2+\ldots\ldots+x^n-n}{x-1} = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Exercice 5

❶ Calculer les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} tE(t)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} tE(t)$

❷ En déduire les limites $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$ et $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$

Exercice 6

Soint f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2-2x\cos x+1}$

❶ Montrer que $D_f=\mathbb{R}$

❷ calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cos(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\cos(x)}{x}$ puis en déduire les limites de f aux bornes de D_f