1Bac-SM 2019-2020	DM-8 Trigonométrie	GS ENNOUR Prof: KARIMINE

Exercice 1

On considère l'équation $(E)\ :\ \sin(3x) = -\sin(2x)$

❶ Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi,\pi]$ l'équation (E)

❷ Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $\sin(3x) = \left(4\cos^2 x - 1\right)\sin x$

❸ Montrer que l'équation (E) est équivalente à $\left(4\cos^2 x + 2\cos x - 1\right)\sin x = 0$

❹ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4X^2 + 2X - 1 = 0$

❺ En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{4\pi}{5}$ et $\cos\dfrac{2\pi}{5}$

Exercice 2

❶ Montrer que : $(\forall\alpha\in\mathbb{R});\quad \sqrt{3}\cos\alpha + \sin\alpha = 2\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{6}\right)$

❷ On considère dans $\mathbb{R}$ $(E) : \sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x = \sqrt{3}\cos x + \sin x$

a) Montrer que l'équation (E) est équivalente à $(E') : \cos\left(3x - \dfrac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E)

❸ Pour tout x de $\mathbb{R}$ on pose ; $P(x) = (\sqrt{3}\cos 3x + \sin 3x) - (\sqrt{3}\cos x + \sin x)$

a) Montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})$; $P(x) = -4(\sin x)\left(\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right)\right)$

b) Résoudre dans $[0,\pi[$ l'inéquation : $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{6}\right) \geq 0$

Exercice 3

Les angles d'un triangle ABC sont a, b *et* c.

❶ Montrer que $\sin(a) = \dfrac{\sin(b)+\sin(c)}{\cos(b)+\cos(c)}$ alors, le triangle est rectangle en A.

❷ Montrer que le triangle ABC est rectangle si et seulement si $\sin^2(a)+\sin^2(b)+\sin^2(c) = 2$

❸ Montrer que $\cos^2\left(\dfrac{a}{2}\right) = \dfrac{(\sin(b)+\sin(c))^2 - \sin^2(a)}{4\sin(b)\sin(a)}$

Exercice 4

Vérifier les égalites suivantes:

❶ $\sin^4\left(\dfrac{\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\dfrac{3\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\dfrac{5\pi}{8}\right) + \sin^4\left(\dfrac{7\pi}{8}\right) = \dfrac{3}{2}$

❷ $\tan\left(\dfrac{\pi}{20}\right) - \tan\left(\dfrac{3\pi}{20}\right) - \tan\left(\dfrac{7\pi}{20}\right) + \tan\left(\dfrac{9\pi}{20}\right) = 4$

❸ $\tan\left(\dfrac{3\pi}{8}\right) - \tan\left(\dfrac{2\pi}{8}\right) - \tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right) = \tan\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)\tan\left(\dfrac{2\pi}{8}\right)\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$