2BAC-Bac-Eco	Fonctions exponentielles	L'ile de Montréal
2019/2020	Semestre 2	Prof: KARIMINE

Fonction exponentielle

Définition

La fonction.................. ,notée **exp** , est la fonction .... de la fonction logarithme népérien

Conséquences directes :

❶ La fonction **exp** est définie et continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et on a :

$$\begin{cases} \ldots\ldots \in]0;+\infty[\\ \ln(\ldots\ldots) = \ldots\ldots \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \ldots\ldots \in \mathbb{R} \\ \ldots = e^{\cdots} \end{cases}$$

❷ Conséquences : Pour tout réel x on a :

a $\exp(\ldots) = e^{\cdots} > 0$ b $\ln(\ldots\ldots) = \ldots\ldots$ c $e^{\ln\cdots} = \ldots$ $x > 0$

❸ a $e^a = e^b \Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots$ b $e^a < e^b \Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$

Exercice 1

❶ Calculer :

a $e^{3\ln 3} - 3\ln\left(e^7\right)$ b $\dfrac{e^{2\ln 3}}{e^{-\ln 8}}$ c $\ln\left(e\sqrt{e}\right)$

❷ Résoudre dans $\mathbb{R}$ ce qui suit :

a $e^{2x+1} = -1$ c $e^{x+7} = 5$ e $e^{3x} \leqslant e^{x+6}$

b $e^x - 1 = 0$ d $e^{2x^2+3} = e^{7x}$ f $2 - e^{2x} < 0$

❸ Etablir le tableau de signe des expressions suivantes:

a $a(x) = e^{3x} - 1$ b $b(x) = e^{-2x} + 3$ c $c(x) = -e^x - 5$

Propriétés

Pour tous réels a et b et entier p on a les propriétés algébriques suivantes :

❶ $e^{a+b} = e^a e^b$ ❷ $\dfrac{1}{e^a} = \ldots\ldots$ ❸ $\dfrac{e^a}{e^b} = \ldots\ldots$ ❹ $(e^a)^p = \ldots\ldots\ldots$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a $\dfrac{e^{2x-1}}{e^{x+1}} = 3 \cdot (e^x)^2$ b $\dfrac{1}{e^{4x}} = 3$ c $e^{2x} - e^x - 2 = 0$

Limites usuelles

Propriétés

❶ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = ...$

❷ $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = ...$

❸ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = ...$

❹ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = ...$

❺ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x-1}{x} = ...$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

❶ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2e^x-1}{e^x+3}$

❷ $\lim\limits_{x\to-\infty} (x+2)e^x$

❸ $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x+1+\dfrac{2e^x-1}{e^x+3}$

❹ $\lim\limits_{x\to+\infty} (x-\mathrm{e}^x)$

❺ $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x+\mathrm{e}^{-x}\right)$

❻ $\lim\limits_{x\to+\infty} (x+2)e^{-x}$

Dérivée de la fonction $e^{u(x)}$

Propriétés

Soit u est une fonction dérivable sur un intervalle I ouvert

a Si $\boxed{f(x)=e^x}$ alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a $\boxed{(\forall x\in I)\ ;\ f'(x) = ...}$

b Si $\boxed{f(x)=e^{u(x)}}$ alors f est dérivable sur I et on a $\boxed{(\forall x\in I)\ ;\ f'(x) = ...}$

Exercice 4

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

a $f(x)=e^{-x}+e^{2x}+e^x$

b $f(x)=e^{x^2+x}$ sur $I=\mathbb{R}$

c $f(x)=\dfrac{5}{1+e^{-4x}}$

Exercice 5

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^{2x}-e^x-x$

❶ Calculer $g'(x)$ et montrer que $g'(x)=(e^x-1)(2e^x+1)$

❷ Déterminer les variations de la fonction g et donner la valeur de son minimum.

Exercice 6

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2e^{-2x}$

❶ Justifier que pour tout réel x $\quad f'(x)=2xe^{-2x}(1-x)$

❷ En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 7

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{2e^x-3}{e^x+1}$

❶ Calculer $f'(x)$ puis étudier les variations de f.

❷ Déterminer l'équation de la tangente (T) à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0