Barème

Exercice 1 : (1,5 points)

0,5 ① - *Vérifier que pour tout x de* $\mathbb{R}$: $(x-4)(x-2)=x^2-6x+8$.

1 ② - *En déduire dans* $\mathbb{R}$, *les solutions de l'équation :* $e^{2x}-6e^{x}+8=0$.

Exercice 2 : (4 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *la suite définie par* : $\begin{cases} u_0=0 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{4}u_n+2 \end{cases}$; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

0,5 ① - *Calculer* u_1 *et* u_2.

② - *On pose :* $(\forall n\in\mathbb{N})$: $v_n=u_n-\dfrac{3}{8}$.

0,25 a - *Calculer* v_0.

1 b - *Montrer que* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *est une suite géométrique de raison* $\dfrac{1}{4}$.

1,5 c - *calculer* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *en fonction de n.*

puis déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_n=\dfrac{8}{3}\left(1-\left(\dfrac{1}{4}\right)^n\right)$.

0,75 d - *Calculer* $\lim\limits_{n\mapsto+\infty}u_n$.

Exercice 3 : (10 points)

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ *par :* $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

Et $(\mathscr{C}_f)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2,5 ① - *Calculer :* $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ *et interpréter géométriquement le résultat obtenu.*

1,5 ② - *Vérifier que :* $(\forall x\in]0,+\infty[)$: $f(x)=\dfrac{1+x\ln x}{x}$ *et calculer* $\lim\limits_{\substack{x\mapsto0\\x\succ0}}f(x)$ *puis interpréter le résultat obtenu.*

0,5 ③- a - *Montrer que :* $f'(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$ *pour tout x de* $]0,+\infty[$.

1 b - *Etudier le signe de* $f'(x)$ *puis dresser le tableau de variations de f sur* $]0,+\infty[$.

2 ④- *Calculer* $f''(x)$ *pour tout x de* $]0,+\infty[$, *puis démontrer que* $I\left(2,\dfrac{1}{2}+\ln 2\right)$ *est un point d'inflexion de la courbe* $(\mathscr{C}_f)$.

1,5 ⑤- a - *En utilisant une intégration par partie, calculer :* $\int_1^3 \ln x\,dx$.

1

b – Calculer l'aire de partie hachurée ci-dessous.