

Barème

Exercice 1 : (1,5 points)

- 0,5 ① - Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R} : (x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$.
- 1 ② - En déduire dans \mathbb{R} , les solutions de l'équation : $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$.

Exercice 2 : (4 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 2 \end{cases} ; (\forall n \in \mathbb{N}).$$

- 0,5 ① - Calculer u_1 et u_2 .
- ② - On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = u_n - \frac{3}{8}$.
- 0,25 a - Calculer v_0 .
- 1 b - Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.
- c - calculer $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en fonction de n .
- 1,5 puis déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right)$.
- 0,75 d - Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

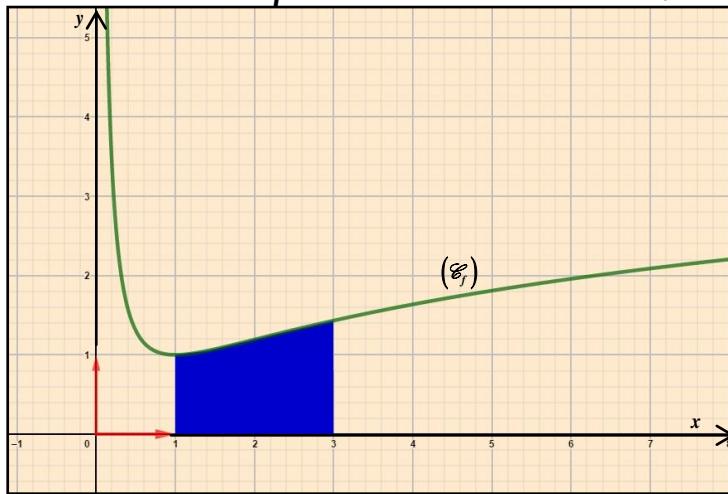
Exercice 3 : (10 points)

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$.

Et (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 2,5 ① - Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 1,5 ② - Vérifier que : $(\forall x \in]0, +\infty[) : f(x) = \frac{1+x \ln x}{x}$ et calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ puis interpréter le résultat obtenu.
- 0,5 ③ - a - Montrer que : $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$ pour tout x de $]0, +\infty[$.
- 1 b - Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0, +\infty[$.
- 2 ④ - Calculer $f''(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$, puis démontrer que $I\left(2, \frac{1}{2} + \ln 2\right)$ est un point d'inflexion de la courbe (\mathcal{C}_f) .
- 1,5 ⑤ - a - En utilisant une intégration par partie, calculer : $\int_1^3 \ln x dx$.

b - Calculer l'aire de partie hachurée ci-dessous.



1