Prof : Karimine	Examen national 2014 (session rattrapage)	$2^{\text{ème}}$ Année Bac Sc Eco

Barème

Exercice 1 : (4,5 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *la suite définie par :* $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 3} \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

0,5 ① - *Calculer* u_1 *et* u_2.

0,25 ② - a - *Vérifier que :* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_{n+1} - 2 = \dfrac{u_n - 2}{3 - u_n}$.

0,5 b - *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n \prec 2$.

0,5 ③ - a - *Vérifier que :* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 2)^2}{3 - u_n}$.

0,5 d - *Déduire que* (u_n) *est une suite croissante et convergente.*

④ - *On pose :* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $v_n = \dfrac{1}{2 - u_n}$.

0,75 a - *Calculer* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $v_{n+1} - v_n$, *en déduire que* $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *est une suite arithmétique de raison* 1.

0,5 b - *Calculer* v_0, *puis déterminer* (v_n) *en fonction de n pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

0,75 c - *Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n = 2 - \dfrac{1}{v_n}$.

En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$

0,25 d - *Calculer* $\lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n$.

Exercice 2 : (4,5 points)

Un sac contient 3 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules blanches . On tire 3 boules du sac simultanément.

① - *Montrer que le nombre de tirages possibles est :* $card(\Omega) = 56$.

② - *On considère les événements A, B, C et D suivants :*

A « parmi ces trois boules tirées il n'existe pas les boules vertes »

B « Obtenir une boule verte et deux boules blanches » .

C «Obtenir une boule verte et deux boules rouges »

D « Obtenir trois boules différentes deux à deux »

0,5 a - *Montrer que :* $p(A) = \dfrac{5}{28}$.

1,5 b - *Calculer* $p(B)$, $p(C)$ *et* $p(D)$.

③- Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe au nombre de boules vertes tirées.

0,5 a - Montrer que : $p(X=1)=\frac{15}{28}$.

b - Remplir le tableau suivant :

1,5

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$		$\frac{15}{28}$		

Problème : (11 points)

1ère partie :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=e^x-x$.

1,25 ①- Calculer $g'(x)$, puis étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

0,75 ②- a - Calculer $g(0)$, puis dresser le tableau de variation de g. (Sans calculer les limites).

0,5 b - En déduire que : $(\forall x\in\mathbb{R}):\quad g(x)\succ 0$

2ème partie :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2e^x-x^2$.

Et $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1,5 ① - Calculer : $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat obtenu.

0,5 ②- a - Vérifier que : $(\forall x\in\mathbb{R}^*):\quad f(x)=2x^2\left(\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{2}\right)$

1,5 b - Calculer : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}\frac{f(x)}{x}$ puis interpréter le résultat obtenu.

0,5 ③- a - Montrer que : $f'(x)=2g(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$.

1 b - En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$, puis Dresser le tableau de variations de f.

④- Vérifier que : $(\forall x\in\mathbb{R}):\quad f''(x)=2(e^x-1)$, puis étudier le signe de $f''(x)$.

2 En déduire que $I(0,2)$ point d'inflexion de la courbe $(\mathscr{C}_f)$.

⑤- La courbe représenté ci-contre est une partie de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ sur $]-2,2[$

1,5 Calculer l'aire de la partie hachurée